Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Avellaneda

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Guía de Ejercitación
(1ª parte)

Autores:
Mg.Lic. María Cristina Kanobel
Lic. Luis Garaventa
Lic. Andrea Alvarez

Revisión de Respuestas: Prof. Gabriel Romero

Año 2012

PROGRAMA

UNIDAD 1: TEORÍA DE PROBABILIDAD

Definición clásica de Probabilidad. Limitaciones. Aplicación al cálculo de probabilidades. Revisión del cálculo combinatorio. Frecuencia Relativa. Principio de estabilidad. Definición axiomática. Propiedades. Cálculo de probabilidad en el caso de un espacio muestral finito con resultados igualmente probables. Probabilidad Condicional. Verificación de axiomas. Teorema de la multiplicación. Sucesos independientes. Teorema de Probabilidad Total. Teorema de Bayes.

UNIDAD 2: VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

Definición de variable aleatoria. Recorrido. Clasificación. Variables aleatorias discretas. Función de probabilidad. Variables aleatorias discretas especiales: distribuciones Bernouilli, Binomial, Hipergeométrica, Poisson. Función de distribución acumulada. Aproximación de la ley binomial por la ley de Poisson.

UNIDAD 3: VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

Variables aleatorias continuas. Función de densidad. Función de distribución acumulada. Variables aleatorias continuas especiales: distribuciones Uniforme, Exponencial Negativa, Weibull, Normal. Estandarización. Uso de tablas.

UNIDAD 4: SUMA DE VARIABLES ALEATORIAS INDEPENDIENTES

Definición de valor esperado de una variable aleatoria. Propiedades. Cálculo del valor esperado de variables aleatorias discretas: Bernouilli, Binomial, Hipergeométrica, Poisson. Cálculo del valor esperado para variables aleatorias continuas: Uniforme, Exponencial negativa, Normal. Definición de varianza y desvío standard de una variable aleatoria. Propiedades. Cálculo de la varianza y del desvío de las variables discretas y continuas citadas anteriormente. Teorema de Chebyshev. Distribución de la suma de variables aleatorias independientes normalmente distribuidas. Teorema central del límite.

UNIDAD 5: ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Población. Muestra. Muestra Aleatoria. Estimadores. Estimación. Estimador puntual de la media poblacional. Estimadores de la varianza Propiedades de los estimadores: estimadores eficientes,

consistentes, insesgados. Método de máxima verosimilitud. Propiedades de los estimadores máximo verosímiles. Distribución de la media y la proporción muestral. Uso de utilitarios para la generación de muestras aleatorias por simulación.
Estimación de parámetros por intervalos de confianza. Estimación de la media con sigma conocido o desconocido. Estimación del desvío. Uso de distribución Normal y t de Student.

UNIDAD 6: TESTS DE HIPÓTESIS
Prueba de hipótesis. Hipótesis nula y alternativa. Nivel de significación de un test. Potencia de un test. Pruebas para la media y proporción poblacional. Tests a una o dos colas. Pruebas para las medias de dos poblaciones. Pruebas para el desvío standard de una y dos poblaciones. Test de bondad de ajuste.

BIBLIOGRAFÍA:

Meyer Paul, **Probabilidad y aplicaciones estadísticas**, Addison Wesley.
Mendenhall, Williams y otros, **Estadística matemática con aplicaciones**, Grupo Editorial Sudamericana
Mendenhall, Sincich, **Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias**, Prentice Hall
Walpole, Myers, Myers, **Probabilidad y Estadística para ingenieros**, Prentice Hall, 6° Edición.
Zanardi Oílda, **Introducción a la teoría de la probabilidad y a la inferencia estadística**, UTN FRA Departamento de publicaciones.

UNIDAD 1

1. Para una tanda de publicidad de un programa de radio se tienen cinco productos.
    a) De cuántas maneras se puede ordenar la tanda?
    b) ¿En cuántas de ellas el jabón se anuncia primero?
    c) En cuántas de ellas el jabón al principio y el aceite al final?

2. En un concurso de TV hay cinco casilleros en los que están ocultos cinco productos de una línea de comestibles. Para ganar el primer premio se deben acertar los casilleros de todos los productos. ¿Cuál es la probabilidad de acceder al primer premio?

3. Consideren los dígitos del 1 al 7
    a) ¿Cuántos números de 4 cifras distintas se pueden formar?
    b) ¿Cuántos son pares?
    c) ¿Cuántos son mayores que 3000?
    d) ¿Cuántos son menores que 4200?[1]

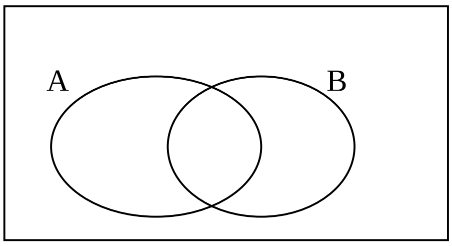
4. En un estudio de construcciones hay cinco nuevos ingenieros civiles y se están por iniciar tres proyectos: la construcción de una serie de duplex, un edificio y la restauración de una casa antigua. Se sabe que asignarán un nuevo ingeniero como asistente en cada proyecto.
    a) ¿De cuántas formas distintas se pueden asignar los asistentes?
    b) Si las asignaciones se hacen por azar ¿Cuál es la probabilidad de que Ignacio, Cecilia y Carlos, que fueron compañeros de facultad estén asignados como asistentes?
    c) Si las asignaciones se hacen al azar ¿Cuál es la probabilidad de que Cecilia esté asignada como asistente al proyecto del edificio?

5.Se distribuyen 60 alumnos en tres comisiones de 20 alumnos.
    a) ¿De cuántas formas distintas puede hacerse la asignación?
    b) ¿Cuál es la probabilidad de que a Jorge le toque el mismo grupo que a Jazmín?

6. En un depósito hay 30 bolsas de cemento: 20 de la marca “Loma Verde” y 10 de la marca “Amalita” y se usarán 5 para una mezcla. Si el operario las selecciona al azar, calcular la probabilidad de que seleccionen:

    a) todas de la marca Amalita
    b) 3 bolsas Loma Verde y las restantes de Amalita
    c) más bolsas Loma Verde que de Amalita

7.Consideren un diagrama de Venn como el de la figura para cada caso y pinten la zona que corresponde a cada caso.



a) $A \cup B$
b) $A \cap \overline{B}$
c) $\overline{A \cap B}$
d) $\overline{A} \cap \overline{B}$

8.Escriban como operaciones entre los sucesos A y B los siguientes enunciados:

    a) Ocurre solo el suceso B

[1] Abdala Carlos. Carpeta de Matemática 2 Polimodal. Aique. Buenos Aires 2001

b) Ocurre alguno de los dos sucesos.
c) Ocurre solamente uno de los dos sucesos.
d) No ocurre ninguno de los dos sucesos.

9. Escriban como operaciones entre los sucesos A, B y C los siguientes enunciados.

a) Ocurren los tres sucesos.
b) Ocurre al menos uno de los tres sucesos.
c) Ocurre solamente el suceso C
d) Ocurre a lo sumo uno de los tres sucesos.

10. Las botellas de gaseosa que pasan por el control de calidad de una fábrica tienen por lo general dos tipos de fallas. El 15% contiene menos cantidad de lo aceptable, el 10% tiene problemas con la tapa y el 2% presenta las dos fallas. Las botellas que presentan alguna de estas fallas se descartan y no se venden.

a) Calculen la probabilidad de que una botella elegida al azar no pase la prueba.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que una botella elegida al azar tenga solo una de las dos fallas?

11.En una librería, el 30% de los volúmenes es de ficción y el 80% del total de los libros está editado en rústica. Además, el 10% de los volúmenes es de ficción y no está editado en rústica. Si se elige al azar un título por autor, ¿Cuál es la probabilidad de que no sea de ficción y esté editado en rústica?

12. Sabiendo que $P(A \cap B) = 2\,P(A \cap \overline{B}) = 3\,P(\overline{A} \cap B)$. Si $P(\overline{B}) = 0{,}6$ ¿Cuál es el valor de $P(A)$?

13.Una producción de 100 motores se somete a dos controles (A y B). 50 motores fallan en A, 20 en B y 10 en ambos. Dado un motor tomado al azar:

a) Calculen la probabilidad de que falle en alguno de los controles

b) Calculen la probabilidad de que falle exactamente en uno de los controles

c) Calculen la probabilidad de que no falle en ninguno de los controles.

14.Analicen si es cierto que : $P(A \cap B) \geq 1 - P\left(\overline{A}\right) - P\left(\overline{B}\right)$? Justifiquen su respuesta.

15.Se llevó a cabo una encuesta entre estudiantes universitarios para evaluar sus hábitos de estudio. Los datos se volcaron en la siguiente tabla que discrimina las respuestas según la situación laboral del estudiante

	Estudia todos los días (D)	**Estudia frecuentemente en la semana (F)**	**Estudia llegado el tiempo de los exámenes o entregas (E)**
No trabaja ($\overline{T}$)	45	30	20
Trabaja (T)	20	40	65

a) Si se elige un estudiante al azar entre los encuestados, hallen la probabilidad de que trabaje.
b) Si se elige un estudiante al azar entre los encuestados, hallen la probabilidad de que estudie todos los días.
c) Si se elige un estudiante al azar entre los encuestados, hallen la probabilidad de que no estudie todos los días.
d) Si se elige un estudiante al azar entre los encuestados, hallen la probabilidad de que trabaje y estudie frecuentemente en la semana.
e) Si se elige un estudiante al azar entre los que trabajan, calculen la probabilidad de que estudie frecuentemente en la semana.
f) Analicen la diferencia entre los enunciados de los item d) y e)

16. El 45% de los habitantes de una ciudad está adherido al servicio de televisión por cable y un 10 % tiene conexión a Internet por cable. De estos últimos, un 90% tiene también el servicio de TV por cable.
a) Calculen la probabilidad de que un habitante seleccionado al azar esté adherido a los dos servicios.
b) Calculen la probabilidad de que un habitante seleccionado al azar esté adherido a alguno de los dos servicios.
c) Se selecciona un individuo entre los que no tienen conexión a Internet por cable. Calculen la probabilidad de que esté adherido al sistema de TV por cable.

17. En un curso de 50 alumnos 22 aprobaron Física y12 Matemática. Si se sabe además que 6 de ellos aprobaron las dos asignaturas .
a) Si se elige al azar un alumno y resulta que no aprobó Física, hallen la probabilidad de que haya aprobado matemática.
b) Si se elige un estudiante al azar y resulta que no aprobó alguna de las dos materias, calculen la probabilidad de que la no aprobada sea Física.

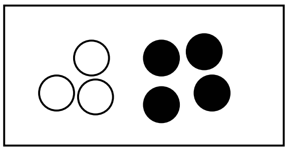
18. Analicen si la definición de probabilidad condicional satisface los axiomas de probabilidad.

19. Analicen si la siguiente proposición es verdadera o falsa:[2]

$$A \subset B \Rightarrow P(A/B) = \frac{P(A)}{P(A) + P(B \cap \overline{A})}$$

20. En una caja hay 4 bolitas negras y 3 blancas y se extraen 3 bolitas, una tras otra sin reponer. Utilicen un diagrama de árbol para calcular:

a) $P(B_1 \cap N_2 \cap B_3)$
b) La probabilidad de que las tres sean negras
c) La probabilidad de que salgan dos negras



21. Construyan un diagrama de árbol con las características del anterior pero considerando que las extracciones se hacen ***con reposición***, esto implica que se saca una bolita, se mira el color, y se vuelve a poner en la caja. Luego calculen las probabilidades pedidas en la actividad 20.

[2] Zanardi Oilda: Introducción a la Teoría de la Probabilidad y a la inferencia estadística. FRA. Avellaneda 2000.

22. Según los registros de Salud Pública de una ciudad, los porcentajes de los tipos de sangre A, B, O y AB son respectivamente 40 por ciento, 20 por ciento, 30 por ciento y 10 por ciento. Si se eligen dos personas al azar de esa ciudad y asumiendo independencia, calculen la probabilidad de que:

   a) Ambas personas sean del tipo A
   b) Ninguna de ellas sea del tipo A
   c) Una sea del tipo A y la otra del tipo O
   d) Alguna sea del tipo A
   e) Tengan el mismo tipo de sangre
   f) Tengan distinto tipo de sangre.

23. Un artículo tiene dos tipos de fallas independientes (A y B). El 10 por ciento de los artículos tiene la falla A y el 81% no tiene fallas. Calculen la probabilidad de que un artículo elegido al azar tenga solamente una falla

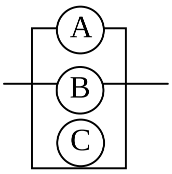
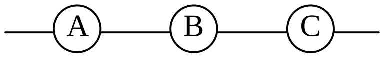
24. En un supermercado, el 90% de los clientes compra comestibles, el 70% compra artículos de tocador y limpieza y el 20% compra electrodomésticos. Calculen la probabilidad de que el próximo cliente que pase por una caja compre:

   a) Los tres tipos de artículos.
   b) Ninguno de los tres artículos
   c) Alguno de los tres artículos.
   d) Al menos dos de los tres artículos

25. Sebastián, Gerardo y Adrián juegan al tiro al blanco con dardos. Sebastián acierta con probabilidad 0,9 , Gerardo con probabilidad 0,80 y Adrián con probabilidad 0,70. Tiran los tres simultáneamente al blanco y aciertan dos dardos, calculen la probabilidad de que el que no haya acertado sea Sebastián.

26.Dos sucesos son tales que la probabilidad de que ocurra solamente A es 0,2 y la de que ocurra solamente B es 0,1. Si la probabilidad de que ocurra ninguno de los dos es 0,4, analicen si A y B pueden ser independientes.[3]

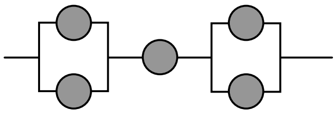
27.Observen los siguientes sistemas y consideren el suceso A como “funciona la componente A”

Sistema en paralelo	***Sistema en serie***
 El sistema funciona cuando funciona ***alguna*** de sus componentes, $\left(A \cup B \cup C\right)$ y falla cuando fallan todas las componentes $\left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right)$	 El sistema funciona cuando funcionan ***todas*** sus componentes, o sea $\left(A \cap B \cap C\right)$ y falla cuando falla alguna de las componentes $\left(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}\right)$

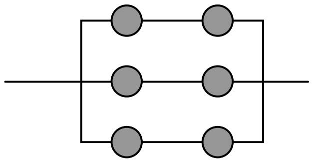
Si la probabildad de funcionar de cada componente en los siguientes sistemas es ***p,*** calculen la probabilidad de funcionar de cada sistema.

[3] Final de la Cátedra de Probabilidad y Estadística . UTN FRA, 20/02/2003

a)



b)



28. En un depósito reciben mercaderías de dos fábricas que trabajan en relación 2:3. El 10 por ciento de los artículos que se producen en la primera fábrica son defectuosos. Para la segunda fábrica ese porcentaje es del 5%. Si se toma un artículo al azar del depósito, calculen:
    a) la probabilidad de que sea defectuoso.
    b) Si es elige un artículo al azar y resulta estar fallado, calculen la probabilidad de que provenga de la fábrica A.

29.En un lote de autos usados el 40% son nacionales, el 30% son europeos y el resto son japoneses. Entre los nacionales el 15% tiene aire acondicionado, entre los europeos el 25% y entre los japoneses el 35%. Si se elige de todo el lote un auto con aire acondicionado calculen la probabilidad que sea de marca japonesa.

30.Un detector de mentiras es tal que cuando se le aplica a una persona inocente, lo considera culpable con probabilidad 0,05, por otro lado, cuando se le aplica a una persona culpable, lo considera inocente con probabilidad 0,12. Suponiendo que el 18% de los que pasan por la prueba son realmente culpables, calculen la probabilidad de que una persona considerada culpable por el test sea realmente incocente[4]

31.Una compañía de seguros clasifica a sus asegurados en tres categorías: Los confiables (en los dos últimos años no tuvieron siniestros a su cargo), los poco confiables (en los dos últimos años tuvieron solamente un siniestro menor a su cargo), y los no confiables que constituyen el resto. La probabilidad de que un asegurado considerado confiable tenga un siniestro a su cargo es 0,05; que lo tenga uno poco confiable es 0,15 y que lo tenga un no confiable es 0,40. El 25% de los asegurados son confiables, el 55% son poco confiables y el resto son no confiables. Si se toman dos asegurados al azar, calculen la probabilidad de que solamente uno de ellos haya tenido un siniestro a su cargo.

32.Analicen por qué los elementos de una partición no pueden ser independientes.

ACTIVIDADES INTEGRADORAS

33.Una empresa de publicidad considera que el 30% de a población ha visto la propaganda de la nueva gaseosa KOKO. De los que han visto la propaganda el 25% comprará la gaseosa al menos una vez. De los que no la han visto comprarán al menos una vez la gaseosa el 5%. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que compra el producto no haya visto la propaganda?

34.Demuestren que $P(D \cup E \mid A) = P(D \mid A) + P(E \mid A) - P(D \cap E \mid A)$ $(P(A) \neq 0)$

[4] Ramakant Khazanie. Elementary Statistics in a World of Applications. Scott, Foresman/Little. USA 1990

35.Dos divisiones de producción de una firma son M y N. La probabilidad de que M tenga un margen de utilidad mayor del 10% este año fiscal es del 30% y que lo tenga ;N es del 20%. La probabilidad de que no lo tenga ninguna de las dos es del 65%. Hallen la probabilidad de que si alguna de las dos tiene un margen de utilidad mayor del 10% , se deba a que fue M.

36.A un hombre se le reparten 4 cartas de espada de un mazo de 40. Si se le dan 3 cartas más (sin reposición) hallen la probabilidad de que por lo menos una de ellas sea también de trébol.

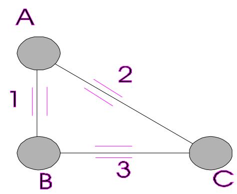
37.Analicen si es Verdadero o Falso y justifiquen: Sea $\{K_1 , K_2\}$ una partición de S. entonces $P(A|K_1)+P(A|K_2)=1$

38.En un proceso de fabricación de piezas, se encuentra que tienen dos tipos de fallas independientes: A y B, que ocurren con probabilidades 0,10 y 0,20 respectivamente. Si se eligen 3 piezas de un lote muy grande, hallen la probabilidad de que:

a) todas estén falladas.
b) ninguna tenga las dos fallas.

39.Se arma un circuito con 2 series de 2 componentes en paralelo. ¿Cuál debe ser el valor de p (Probabilidad de fallar de una componente) para que la probabilidad de funcionar del sistema sea superior a 0.70?

40. Las ciudades A, B y C están comunicadas por los puentes 1, 2 y 3. En caso de bombardeo aéreo la probabilidad de que un puente sea derribado es 1/3. Hallen la probabilidad de de que después de un bombardeo haya paso de A hacia C.



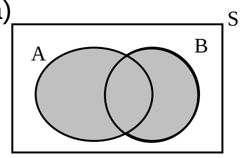
41. Analicen si las siguientes afirmaciones son V o F. Justifiquen su respuesta:

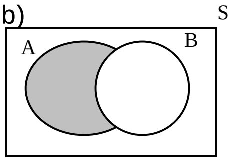
a) Si A y B son independientes se cumple que $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$
b) $P(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A) = 0$

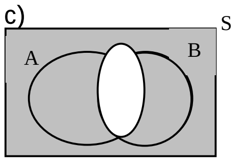
RESPUESTAS:

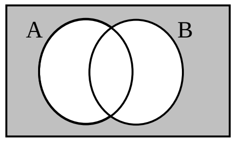
1. a) 120 b) 24 c) 6
2. $\frac{1}{120}$
3. a) 840 b) 360 c) 600 d) 380
4. a) 60 b) 0,10 c) 0,20
5. a) $5{,}78 \, . \, 10^{26}$ b) 0,107
6. a) 0,0018 b) 0,36 c) 0,809

7.

a) 

b) 

c) 

d) 

8.

a) $B \cap \overline{A}$ b) $A \cup B$ c) $\left(\overline{A} \cap B\right) \cup \left(A \cap \overline{B}\right)$ d) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

9.

a) $A \cap B \cap C$ b) $A \cup B \cup C$ c) $C \cap \overline{A} \cap \overline{B}$

d) $\left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C\right) \cup \left(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}\right)$

10.

a) 0,23 b) 0,21

11. 0,60
12. 0,45
13.

a) 0,60 b) 0,50 c) 0,40

14. Se verifica
15.

a) $\frac{25}{44}$ b) $\frac{13}{44}$ c) $\frac{31}{44}$ d) $\frac{2}{11}$ e) $\frac{8}{25}$

f) Las respuestas difieren en el espacio muestral. En el caso d) se releva sobre el total de los encuestados, en el e) se consideran solamente los que trabajan.

16.

a) 0,09 b) 0,46 c) 0,40

17.

a) 0,21 b) $0,\overset{\frown}{63}$

18. La definición satisface los axiomas.
19. La proposición es verdadera
20.

a) $\frac{4}{35}$ b) $\frac{4}{35}$ c) $\frac{18}{35}$

21.

a) $\frac{36}{343}$ b) $\frac{64}{343}$ c) $\frac{144}{343}$

22.

a) 0,16 b) 0,36 c) 0,24
d) 0,64 e) 0,30 f) 0,70

23. 0,18
24.

a) 0,126 b) 0,024 c) 0,976 d)0,698

25. 0,141
26. No pueden ser independientes
27.

a) $\left[1-(1-p)^2\right]^2.p$ b) $1-\left(1-p^2\right)^3$

28. a) 0,07 b) $\frac{4}{7}$
29. 0,4375
30. 0,206
31. 0,28875
32. Demostración a cargo de ustedes
33. $0,3\overset{\frown}{18}$
34. Demostración a cargo de ustedes
35. $\frac{6}{7}$
36. $\frac{22}{51}$
37. Es falso
38.
    a) 0,022 b) 0,9412
39. p>0,495
40. $\frac{22}{27}$

UNIDAD 2

1. Definan el recorrido y clasifiquen las siguientes variables aleatorias:
   a) Una urna contiene siete bolillas blancas y 3 negras y se extraen 5 bolillas. Se define la variable: "cantidad de bolillas blancas entre cinco bolillas extraídas"
   b) Cierta línea de colectivos hace el recorrido Lanús- Retiro y Retiro- Lanús. Se define la variable : duración del primer recorrido del día de un colectivo tomado al azar.
   c) Una fuente radiactiva emite partículas α. Un contador observa la emisión de esas partículas durante un tiempo determinado. Se define la variable: número de partículas observadas.[5]

2. La siguiente distribución de probabilidad corresponde a la variable aleatoria X:"cantidad de empleados ausentes por día" en una empresa:

x	0	1	2	3
p(x)	$k(k+0{,}25)$	$-0{,}5k+0{,}5$	$-0{,}25k+0{,}1$	0,2125

   a) Hallen el valor de ***k***.
   b) Calculen la probabilidad de que en un día falten 2 empleados.
   c) Calculen la probabilidad de que un cierto día falte algún empleado.

3. El número de accidentes anuales X que se producen en el área técnica de una empresa de distribución de energía eléctrica tiene la siguiente distribución de probabilidades:

X	0	1	2	3
p(x)	0,50	0,30	0,15	0,05

   a) Hallen F(2). ¿Qué representa el valor obtenido?
   b) Calculen F(X).
   c) Calculen la probabilidad de que haya a lo sumo un accidente en el año utilizando la función de distribución.
   d) Hallen $P(1 \leq X < 3)$ utilizando la función de distribución acumulada.

4. Consideren la variable aleatoria "Cantidad de ambientes" de los departamentos vendidos por un operador inmobiliario que tiene la siguiente distribución de probabilidades:

x	1	2	3	4	5
p(x)	0,10	0,25	0,40	0,15	0,10

   a) Verifiquen que la función cumple con las condiciones para ser función de probabilidad de una variable aleatoria discreta.
   b) Construyan la función de distribución acumulada para la variable

5. Una empresa que fabrica cosméticos para el cabello, envasa el 40% del champú en la planta I y el resto en la planta II. En el llenado, que se realiza automáticamente en ambas plantas, el

[5] Ejemplo extraído de Meyer; Probabilidad y aplicaciones estadísticas. Cáp4, Pág76.

contenido es inferior al estipulado un 3% de las veces para la planta I y un 2,5% para la II. Si se extrae al azar un envase de la producción, ¿cuál es la distribución Bernouilli en relación al suceso: “envase con contenido impropio”?[6]

6. En un bolillero hay 3 bolillas blancas, 2 rojas y 5 negras. Si se extrae un bolilla al azar: ¿ Qué distribución tiene la variable aleatoria: “cantidad de bolillas blancas” asociada a dicho experimento? Hallen su distribución de probabilidades asociada.

7. En una fábrica se sabe que el 5% de los bulones que produce tienen una falla en la rosca que los hace inútiles.
   a) Si toman 5 bulones, calculen la probabilidad de encontrar exactamente dos fallados.
   b) Si toman 10 bulones, calculen la probabilidad de encontrar al menos uno fallado
   c) Si seleccionan 8, calcular la probabilidad de encontrar a lo sumo 1 fallado.
   d) ¿Cuántos bulones debe seleccionar para que la probabilidad de encontrar al menos uno fallado sea superior a 0,95?

8. De una producción de tornillos se toma al azar una muestra de 25 de ellos para un control de calidad. Se sabe que si aparecen dos o mas tornillos defectuosos la partida se rechaza.
   a) Calculen la probabilidad de aceptar el lote sabiendo que la probabilidad de que un tornillo sea defectuoso es 0.01.
   b) Calculen la probabilidad de que haya menos de 5 tornillos defectuosos sabiendo que el 90% de la producción es buena.

9. Un sistema con 9 componentes necesita para su funcionamiento que al menos 6 funcionen. Si la probabilidad de funcionamiento de un componente es 0.95, calcular la confiabilidad del sistema.

10. Una gran compañía tiene un sistema de inspección para los lotes de compresores pequeños que se compran a los vendedores. Un lote típico contiene 15 compresores. En el sistema de inspección se selecciona una muestra aleatoria de cinco y todos se prueban. Suponga que en el lote hay dos compresores defectuosos.
    a) Escribir la función de probabilidad de la variable “ Cantidad de defectuosos entre los cinco seleccionados para muestra”
    b) ¿Cuál es la probabilidad de que para una muestra dada haya un compresor defectuoso?
    c) ¿Cuál es la probabilidad de que la inspección descubra los dos compresores defectuosos?

11. De un lote de 40 piezas se toman al azar 10. La población se rechaza si aparecen dos o más piezas defectuosas. Sabiendo que la probabilidad de que una pieza sea defectuosa es 0,1, calculen la probabilidad de que haya:
    a) Ninguna pieza defectuosa
    b) A lo sumo dos piezas defectuosas.

Nota: De un lote de N piezas, si p es la probabilidad de una bola sea defectuosas, habrá:
__D = p. N__ piezas defectuosas y __N -D = N(1 - p)__ aceptables.

[6] Extraído del libro “Introducción a la teoría de probabilidad y la inferencia estadística”, de Oílda Zanardi, Depto. de impresiones, UTN-FRA.

12. De un lote de 100 piezas, se sabe que el 5% no cumplen con los requisitos de aceptación. Se toman al azar 10. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a lo sumo una pieza defectuosa en la muestra ?. Resolverlo para dos casos:
    a) El muestreo se hace sin reposición
    b) El muestreo se hace con reposición
    c) ¿Qué criterios aplicaría para poder utilizar la función binomial aún en casos sin reposición?

13. Resuelvan el ejercicio N º 11utilizando la aproximación por medio de una distribución binomial. Comparen los resultados obtenidos.

14. A partir de los resultados obtenidos en las actividades 11 y 12, ¿ qué conclusiones podría inferir?

15. En la inspección de cables producidos por un proceso continuo se observan 0,2 imperfecciones por minuto, ¿Cual es la probabilidad de que en 15 minutos:
    a) no se detecten imperfecciones?
    b) Se detecte alguna imperfección.

16. La cantidad de fallas de aislación en un cable responde a una distribución de Poisson a razón de 2 cada 100 metros.
    a) Calcule la probabilidad de que un tramo de 100 metros no tenga fallas.
    b) ¿ Cuál es la probabilidad de encontrar a lo sumo una falla en un rollo de 150 metros?
    c) ¿Cuántos metros de cable se deberían considerar para que la probabilidad de encontrar al menos una falla sea mayor que 0,99?

17. En una facultad se estima que el 0.5% de los alumnos que se anotan no comienzan a cursar materias de 1º año. Si este año se anotaron 3000 alumnos, ¿cuál será la probabilidad de que no se observen casos del tipo mencionado?

18. Se sabe que la probabilidad de que un estudiante presente escoliosis (curvatura de la espina dorsal) es 0,004. De los siguientes 1800 estudiantes que se revisen en búsqueda de escoliosis encuentre la probabilidad de que a lo sumo 3 presenten escoliosis.

ACTIVIDADES DE INTEGRACIÓN

19. La máquina A produce hilos con fallas que se distribuyen según Poisson a razón de 1 cada 150 metros. La máquina B, a razón de 2 cada 200 metros. Se sabe que trabajan en relación 3 a 2. Se toma un rollo de 125 m de la producción general y resulta tener exactamente dos fallas, hallar la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina B.

20. Las biromes que produce cierta fábrica pueden tener defectos en la bolilla o en la unión plástico-metal. Sólo el 10 % de la producción es buena. El 30% de las biromes tienen defectos sólo en la bolilla. Si se toman una docena de biromes la azar calcular la probabilidad de encontrar al menos una que tenga ambos defectos.

21. Una máquina A produce flejes con fallas puntuales que se distribuyen según Poisson a razón de 3 fallas cada 100m. Otra máquina B, que realiza el mismo proceso, obtiene un 90% de rollos de 100 sin fallas. Esta última fabrica el 60% de la producción total de los flejes. Si se

seleccionan cinco flejes de 70 m de la producción, hallar la probabilidad de que al menos uno de ellos resulte bueno.[7]

22. El 10 % de los alumnos de una facultad tiene actividades deportivas e idioma inglés como tareas extracurriculares, el 15% sólo inglés (entre éstas). Además, el 70% de la población estudiantil no hace ninguna de esas actividades. Si se eligen tres alumnos al azar entre los que no estudian inglés, calcular la probabilidad de que al menos uno de ellos practique deportes

23. En una caja con 20 tuercas hay 5 que tienen problemas en la rosca..Si se define la variable: “cantidad de tuercas con problemas en la rosca entre tres elegidas al azar”, analizar cómo se distribuye dicha variable[8].

24. Decir si es V o F. Justificar:
    a) A toda variable aleatoria se le puede asociar una función de probabilidad.
    b) La cantidad de veces que ocurre un suceso en n repeticiones de un experimento aleatorio, es una variable aleatoria con distribución binomial

25. En un lote de 50 componentes (A) hay 15 que están fallados.
    a) Si se seleccionan 10 al azar, hallar la probabilidad de encontrar a lo sumo uno que esté fallado.
    b) Otro lote de 50 componentes (B) tiene sólo 5 fallados. Se sacan tres componentes de cada lote. Hallar la probabilidad de que en ninguna de las dos extracciones, haya componentes defectuosos.

RESPUESTAS:

1. a)discreta b) continua c) discreta
2. a) k= -0,25 b) 0,1625 c) 1
3. a) 0,95 c) 0,8 d) 0,45
4. a) se verifica
5. $p(x)= 0{,}027^{x} 0{,}973^{1-x}$ para x = 0,1
6. $p(x)= 0{,}3^{x} 0{,}7^{1-x}$ para x = 0,1
7. a) 0,02143 b) 0,4013 c) 0,9428 d) n>58
8. a) 0,9742 b) 0,9020
9. 0,999357
10. a) b) 0,4762 c) 0,09524
11. a) 0,2999 b) 0,9584
12. a) 0,9232 b) 0,9139
13. a) b)
14. Queda para ustedes el análisis
15. a) 0,0498 b) 0,9502
16. a) 0,1353 b) 0,1991 c) t> 230,26 m
17. $3 .\ 10^{-7}$
18. 0,0719

[7] Ejercicio extraído del Final de PyE – UTN FRA- 14/04/06
[8] Ejercicio extraído del Final de PyE – UTN FRA- 31/07/03

19. 0,4972
20. 0,9992
21. 0,9908
22. 0,1878
23. Es una v.a. hipergeométrica (siempre que las extracciones sean sin reposición)
24. a) falso b) falso
25. a) 0,121 b) 0,2417

UNIDAD 3

1. Analizar si las siguientes funciones pueden ser funciones de densidad de una v.a. X para algún valor de k:

$$a) f(x)=\begin{cases} k & \text{si } -4 \le x \le 6 \\ 0 & \forall \text{otro } x \end{cases}$$

$$b) f(x)=\begin{cases} kx^2 & \text{si } |x| \le 2 \\ 0 & \forall \text{ otro } x \end{cases}$$

$$c) f(x)=\begin{cases} kx^3 & \text{si } |x| \le 2 \\ 0 & \forall \text{ otro } x \end{cases}$$

2. Sabiendo que k es una constante y considerando que $f(x)=\begin{cases} kx^3 & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ 0 & \forall \text{otro } x \end{cases}$ calculen:
   a) El valor de k para que f sea función de densidad de la variable X
   b) P(1<x<1,5)

3. Sea X una variable aleatoria continua tal que $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}-\frac{x}{8} & \text{si } 0 \le x \le 4 \\ 0 & \forall \text{otro } x \end{cases}$, hallar :
   a) P({X<3} $\cap$ {X>2})
   b) P(X<3/X>2)
   c) P(X>4)

4. Si X es una variable aleatoria tal que $f(x)=|kx|$ para valores de X comprendidos entre -2 y 2 y nula fuera del intervalo. Hallen:
   a) el valor de k.
   b) Hallen r /P(-r<X<r)=0,5

5. La variable X está dada por la función de densidad $f(x)=\frac{3}{8}x^2$ para valores de x comprendidos en el intervalo (0; 2).
   a) Hallen la función de distribución acumulada
   b) Hallen F(1,5)¿Qué representa el valor obtenido?
   c) Hallen $P(0 \le X < 1,5)$ utilizando la F(X) definida en el punto a).

6. Analicen si la función $F(X)=\begin{cases} 0 & x \le 2 \\ 1-\frac{2}{x} & x > 2 \end{cases}$ puede ser función de distribución acumulada de una v.a. X.

7. La ganancia semanal de un comerciante de autos en miles de dólares se puede considerar como una variable aleatoria X que tiene una función de densidad dada por:

$$f(x)=\begin{cases}2(1-x) & \text{si } 0<x<1\\ 0 & \text{en caso contrario}\end{cases}$$

a) Hallar F(x).
b) Utilizarla para determinar la probabilidad de que en cierta semana gane:
i) Menos de 500 dólares.
ii) Más de 120 dólares
iii) Entre 300 y 800 dólares

8. Hallen la función de distribución acumulada de la variable aleatoria uniforme definida en el intervalo (a; b).

9. Los tiempos en un proceso industrial se distribuyen uniformemente entre 20 y 40 minutos. Calcular la probabilidad de que un proceso elegido al azar tarde:
   a) Menos de 25 minutos.
   b) Entre 25 y 35 minutos.
   c) Más de 27 minutos.
   d) A lo sumo media hora si tarda más de 25 minutos.

10. Un sujeto arriba a la estación de trenes. Los trenes salen cada 10 minutos. El tiempo que se tarda entre llegar a la estación y la partida del primer el tren se distribuye uniformemente entre 0 y 10 minutos. Calcular la probabilidad de que entre cinco días tomados al azar, en al menos dos de ellos haya tenido que esperar menos de 4 minutos.

11. El peso de ciertos bultos se distribuye uniformemente en el intervalo (a; b). Si el 20% de los bultos pesa menos de 5 kg y el 40% más de 15 kg. Calcular la probabilidad de que un bulto elegido al azar pese entre 7 y 10 kg.

12. Verifiquen que la función de distribución de distribución acumulada de una variable aleatoria exponencial negativa es $F(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x\le 0\\ 1-e^{-\alpha x} & \text{si } x>0\end{cases}$ y que por lo tanto $P(X>x)=e^{-\alpha x}$

13. El tiempo que media entre la llegada de una persona a otra en una cola de espera se distribuye exponencialmente con parámetro $\alpha = 0{,}1\ \text{min}^{-1}$.
   a) Calcular la probabilidad de que luego de la llegada de una persona se tarde más de 10 minutos hasta el próximo arribo.
   b) Si se llevan 30 minutos sin un arribo, calcular la probabilidad de que se tarde más de 10 minutos hasta el próximo arribo.
   c) Si se llevan 100 minutos sin un arribo, calcular la probabilidad de que se tarde más de 10 minutos hasta el próximo arribo.
   d) Si pasaron **t** minutos sin un arribo, calcular la probabilidad de que se tarde más de 10 minutos hasta el próximo arribo.
14. Compare los resultados obtenidos en cada uno de los puntos de la actividad anterior. ¿Podría enunciar alguna propiedad general?

15. El tiempo sin fallar de una componente se distribuye exponencialmente con parámetro
α = 0,001 hs^{-1}.
   a) Hallen la probabilidad de que no haya fallas en un período de 1000 horas (hacerlo de dos formas distintas).

b) Calculen la probabilidad de que una componente falle antes de las 1500 horas si se sabe que lleva 1000 sin fallar.
c) Si se toman diez componentes, calculen la probabilidad de que a lo sumo una de ellas falle antes de las 1200 horas.

16. La distancia entre dos fallas de hilado se distribuye exponencialmente de modo tal que la probabilidad de que haya más de 1800 metros entre dos fallas es 0.082. Calcular la probabilidad de que entre dos fallas consecutivas tomadas al azar haya entre 1000 y 1500 metros.

17. Demuestren que la curva de la distribución normal es simétrica respecto de μ (esto equivale a probar que $f(\mu+a)=f(\mu-a)$)

18. Sabiendo que Z: N(0,1) verifiquen, buscando en la tabla, que:
   a) P(Z<-1.36)=0,0869.
   b) P(Z>-2,93)=0,9983
   c) P(-0,32<Z<1,98)=0,6017

19. Calculen el valor de **a>0** de modo tal que:
   a) P(Z<a) =0,975
   b) b) P(-a<Z<a)=0,68268

20. Una variable aleatoria X tiene distribución normal con $\mu = 15$ y $\sigma = 3$, hallen:
   a) P(X<15)
   b) $P(X \leq 9)$
   c) P(X > 24)
   d) $P(X \leq 17,93)$
   e) $P(X \geq 8,58)$
   f) $P(12,92 < X < 23,95)$

21. El tiempo de vida de un tipo de pila para reloj tiene distribución normal X: N (24; 2) en meses. Hallar la probabilidad de que una pila elegida al azar dure:
   a) menos de 14 meses.
   b) entre 14 y 24 meses.

22. l diámetro de las barras de acero que produce una máquina tiene distribución normal con media 2 cm y desviación estándar 0,05 cm. ¿Qué diámetro deberá tener una arandela para que sólo puedan pasar por ella el 3% de las barras que produce la máquina?

23. La altura de las aspirantes a un puesto de azafatas tiene distribución normal con altura media de 170 cm. y desviación estándar de 3 cm. ¿Cuál será la altura mínima para a imponer en la selección para que ingrese el 90% de las aspirantes?

24. El volumen de producción de cierto artículo es N(a, b). Si un 60% de los días se producen menos de 150 t, el 35% de los días se producen entre 150 y 160 toneladas, y en los mejores días se pasan las 160 t.
   a) Hallar a y b.
   b) Si se toman las producciones de 10 días al azar, calcular la probabilidad de que en a lo sumo dos de ellos la producción sea inferior a las 145 toneladas.

ACTIVIDADES DE INTEGRACIÓN

25. Dada función $f(x) = \begin{cases} 1/9x & 0 \le x < 3 \\ 2/3 - 1/9x & 3 \le x \le 6 \end{cases}$

a) Construir la función de distribución acumulada
b) Hallar F(4), F(0) y (7) ¿Cuál es el significado de cada valor obtenido?

26. Se sabe que el peso de los paquetes de una marca de jabón en polvo se distribuye en forma aproximadamente normal con media 700 gramos y desvío 80 gramos.

a) Hallar la probabilidad de que un paquete contenga entre 350 y 900 gramos
b) ¿Cuál es el contenido mínimo correspondiente al 95% de los paquetes más pesados?
c) Si se elige al azar una muestra de 10 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos dos de ellos contengan entre 650 gramos y 900 gramos?

27. El tiempo que un reloj funciona sin necesidad de ser corregido se considera una variable aleatoria con distribución exponencial negativa. Se sabe que el 99% de los relojes no debe ser corregido antes de las 100 horas de uso.

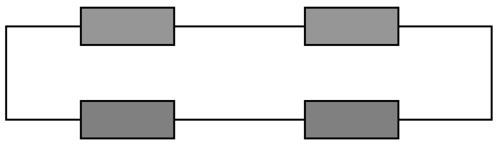
a) Calcular la probabilidad de que un reloj que lleva funcionando más de 90 horas deba ser corregido antes de las 110 horas.
b) Si se ponen 100 de estos relojes en las estaciones de subte, calcular la probabilidad de que después de 110 horas de uso deban ser corregidos menos de 98 relojes.

28. Sea X una variable distribuida uniformemente en el intervalo (0;2). Hallar un número x_0 con la condición de que entre 4 valores cualesquiera de X , por lo menos uno de ellos supere a x_0 , con 95% de probabilidad.

29. Una máquina produce varas de acero cuya longitud especificada es 2m. Las diferencias con la especificación se distribuyen uniformemente entre -0,1m y 0,1m.

a) ¿Cuántas barras hay que tomar para que la probabilidad de que al menos una de ellas difiera en más de 0,05 sea inferior a 0,95?
b) Otra máquina fabrica las mismas varas pero sus diferencias con la especificación se distribuyen uniformemente entre -0,08 y 0,08..Si cada 2 piezas que produce A, B produce 1, calcular la probabilidad de que una pieza tomada al azar difiera de la especificación en más de 0,02.

30. Las componentes del circuito tienen una duración que puede explicarse mediante una distribución exponencial negativa.



a) Si la duración media de una componente es de 1000 horas, calcular la confiabilidad del sistema para 1500 horas (consideramos la confiabilidad del sistema para un período de t horas a la probabilidad de que el sistema dure más de t horas)

b) Si se pretende que la confiabilidad del sistema para 1500 horas sea mayor al 95%, qué duración media se debe exigir como mínimo para las componentes.

31. Analiza si las siguientes afirmaciones son V o F:
    a) Si X: N(μ; σ) $\Rightarrow$ P(-a<X<a) = 2F(a) – 1
    b) Si X tiene distribución exponencial negativa de parámetro α , se cumple que: P(X> a+b/ X>a) = $e^{-\alpha.b}$

RESPUESTAS:

1. a) k=0,1 b) k= 3/ 16 c) No
2. a) $k=\frac{1}{4}$ b) P(1<X<1.5)=0,2539
3. a) 3/16 b) 3/ 4 c) 1
4. a) k=0,25 b) $r=\sqrt{2}$
5. a) $F(X)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^3}{8} & 0<x<2\\ 1 & x\ge 2\end{cases}$ b) $P(X\le 1{,}5)=0{,}42187$ c) $P(0\le X<1{,}5)=0{,}42187$
6. Cumple porque: $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=1$;es continua y no decreciente
7. a) $F(X)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ 2x-x^2 & 0<x<1\\ 1 & x\ge 1\end{cases}$ b) $i)\ F(0,5)=0,75$ $ii)\ 1-F(0,12)=0,7714$ $iii)\ F(0,8)-F(0,3)=0,45$
8. $F(X)=\begin{cases}0 & x\le a\\ \frac{x-a}{b-a} & a<x<b\\ 1 & x\ge b\end{cases}$
9. a) P(X<25)=0,25 b) P(25<X<35)=0,5 c) P(X>27)=7/20 d) P(X<30/X>25)=0,33
10. P(X<4)=0,4 $P(Y\ge 2)=0{,}66304$
11. P(7<X<10)=0,12
12. Se verifica
13. a) P(X>10)=0,3679 b)P(X>40/X>30)=0,3679 c)P(X>110/X>100)=0,3679 d)P(X>t+10/X>100)=0,3679
14. La probabilidad de que pasen al menos diez minutos hasta el próximo arribo no depende del tiempo que transcurrió desde el arribo anterior.
15. a) P(X>1000)=0,3679 b) P(X<1500/X>1000)=P(X<500)=0,3935 c) P(X<1200)=0,6988 P(Y<2)=0,00015
16. $\alpha=0{,}0014$ $P(1000<X<1500)=0{,}1241$
17. demostración a cargo de ustedes
18. Se verifica
19. a) a=1,96 b) a=1

20. a) 0,5 b) 0,0228 c) 0,013 d) 0,8340 e)0,983 f)0,7534
21. a)P(X<14)=0 b)P(7<X<12)=0,9772
22. P(X<D)<0,03 D=1,906
23. $\Phi\left(\frac{A-170}{3}\right)=0{,}10 \Rightarrow A=166.15$
24. a) a=148,21 y b=7,17 b) p=0,3272 $P(W\leq 2)=0{,}3137$
25. a) $F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \frac{1}{18}x^2 & 0\leq x<3 \\ -\frac{x^2}{18}+\frac{2}{3}x-1 & 3\leq x<6 \\ 1 & x\geq 6 \end{cases}$ b) $E(X)=3 \quad V(X)=1{,}5$
26. a) P(350<X<900)=0,9938 b)x=568,41 c) p=0,7278 P(Y>2)0,9999
27. a) $\alpha=0{,}0001 \quad P(X<110/X>90)=P(X<20)=0{,}002$
    b) $p=0{,}9891 \qquad P(Y\leq 97)=0{,}0966$
28. p=0,5251 $x_0=0{,}9456$
29. a) p=0,5 n=5

    b) $P(|X_A|>0{,}02)=0{,}75 \quad P(|X_B|>0{,}02)=0{,}80 \quad P(|X|>0{,}02)=\frac{23}{30}$
30. a) P(S>1500)=0,0970
31. a) V b) F c) V

REVISIÓN PREVIA AL PRIMER PARCIAL

26. Las fallas en un cierto proceso de pintado se distribuyen según Poisson a razón de 2 fallas cada 1000 cm2. Para un trabajo determinado se requieren chapas cuadradas de 15 cm de lado. Una vez pintadas, las chapas se perforan en las puntas. En el proceso de perforación, fallan el 5 % d las piezas.
    a) hallar la probabilidad de que una placa tomada a l azar tenga sólo una de las dos fallas (de pintado o de perforación)
    b) Si se toman 5 chapas al azar hallar la probabilidad de que encontrar al menos 4 sean perfectas.
    c) ¿De cuánto debería ser el lado de una chapa, para que la probabilidad de que no tenga fallas sea superior al 90%?

27. Una bolsa contiene 50 caramelos frutales, de los cuales 35 son de frutilla.
    a) Si se seleccionan 10 caramelos al azar, hallar la probabilidad de encontrar a lo sumo uno que no sea de frutilla
    b) Otra bolsa de 50 caramelos del mismo tipo, tiene sólo 5 que nos son de frutilla. Al sacar tres caramelos al azar de cada bolsa, cuál es la probabilidad de que todos sean de frutilla**.**

28. En cierto banco hay una caja para depósitos y otra para extracciones. La afluencia de público a a caja de depósitos se distribuye según Poisson a razón de 3 personas cada media hora. La caja de extracciones tiene un afluencia con distribución de Poisson de dos personas cada media hora. Hallar la probabilidad de que en 15 minutos en el banco se lleva a cabo a lo sumo un movimiento de caja.

29. El porcentaje de elementos tóxicos que contiene un producto industrial está dado por la variable aleatoria:

$$\begin{cases} 20(x^3 - x^4) \ si \ 0 \le x \le 1 \\ 0 \qquad\qquad\quad \forall \, otro \ x \end{cases}$$

    a) hallar la FDA.
    b) Hallar la probabilidad de que si en un barril el porcentaje supera el 55%, no supere el 80% de toxicidad.
    c) Si se toman 5 barriles al azar entre tosa la producción, calcular la probabilidad de que al menos uno de ellos tenga un porcentaje de desechos tóxicos menor que el 20%.

30. De una batería de 3 cañones se hizo una descarga y dos proyectiles dieron en el blanco. Hallar la probabilidad de que el primer cañón haya hecho impacto, si las probabilidades de impacto en el blanco de los 3 cañones son, respectivamente, 0,4 ; 0,3 y 0,5**.**

31. Se arma un circuito con dos series de dos componentes en paralelo. ¿Cuál debe ser el valor de p (probabilidad de fallar en una componente) para que la probabilidad de funcionar del sistema sea superior a 0,70?

32. La duración de ciertos artefactos eléctricos (en miles de horas) se distribuye según la f.d: f(x)= k.x si 0<x<1 (0 para cualquier otro valor)
    a) Hallar la probabilidad de que un artefacto extraído al azar que dura más de 600 horas, no dure más de 700.

b) ¿Cuántos artefactos debo extraer para que la probabilidad de que alguno funcione no más de 700 horas no supere el 90%?

33. La duración de ciertos artefactos eléctricos se distribuye exponencialmente. Se sabe además que el 80% dura más de 600 horas. ¿Cuántos artefactos debo extraer para que la probabilidad de que alguno funcione más de 500 horas sea no menor del 90%?

34. Analicen si $P(A) \geq P(A \cap \overline{B})$.

35. El contenido de azúcar en los paquetes de 1 kg se distribuye según una normal con media 1005 gramos y desvío 15 gramos. Si se eligen 5 paquetes al azar, hallar la probabilidad de que a lo sumo uno de ellos pese menos de 1 kg.

RESPUESTAS:

26) a) 0,374 b) 0,34 (p = 0,605) c) L<5,21 cm
27) a)0,121 b) 0,2417
28) 0,2873
29) b) 0,6468 c) 0,033 (p=0,00672)
30) 0,6897
31) 0,4062
32) a) 0,203 (k = 2) b)$n \leq 3$
33) α= 0,000372 $n \geq 2$
34) Es Verdadero
35) 0,3894

Parciales de años anteriores:

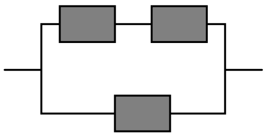
Tema 1- Junio 2005

1. El 75% de los autos que se fabrican en una empresa son de cuatro puertas. Entre ellos, el 15% tiene aire acondicionado. Se elige un auto al azar, calcular la probabilidad de que sea de cuatro puertas y no tenga aire acondicionado.

2. Se sabe que en un líquido hay, en promedio, 4 bacterias por centímetro cúbico distribuidas según Poisson Si se llenan con el líquido 10 tubos de ensayo de un 2 centímetros cúbico de capacidad, calcular la probabilidad de que a lo sumo uno de los diez tubos contenga bacterias.

3. Una fábrica dispone de tres operadores de máquinas. Alejo, el más experimentado , produce artículos defectuosos el 1% de las veces. Los otros dos operadores, Benito y Cesar, lo hacen el 5% y el 7% de las veces respectivamente. Cada jornada Alejo trabaja 4.5 horas en la máquina, Benito trabaja 3 horas y Cesar 1.5 horas. Al final del día se encuentra un artículo defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producido por Alejo?

4. En el gráfico se observa un circuito que lleva tres componentes. Se sabe que la duración de cada componente está distribuida exponencialmente y que la confiabilidad de cada componte para 500 hs de uso es del 90%. Calcular:
   a) la confiabilidad del sistema. (La confiabilidad es la probabilidad de que funcione).
   b) la probabilidad de que una componente falle antes de las 1000hs sabiendo que dura 500hs.



RESPUESTAS:

1) 0,6375
2) 0
3) 0,15
4) a) 0,981 b) 0,1

Tema 1- Recuperatorio - Julio 2004

1. La duración de ciertos artefactos eléctricos (en miles de horas) se distribuye según la función:

$$f(x) = \begin{cases} k\,(1-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{para cualquier otro valor} \end{cases}$$

a) Hallar k.
b) ¿Cuántos artefactos debo extraer de la producción para qué, la probabilidad de que alguno funcione más de 500 hs, sea no menor del 90%?

2.-Las fallas en la fabricación de un fleje se distribuyen según Poisson a razón de 3 fallas cada 100m.
a) Calcular la probabilidad de encontrar a lo sumo un rollo con fallas en un lote de 5 rollos de 60 m.
b) Si debido a un problema en la maquinaria el 20% de los rollos de 60 m tiene menos tela, hallar la probabilidad de que, al extraer al azar un rollo, tenga solo un tipo de fallas.

c) Otra máquina, que realiza el mismo proceso, obtiene un 90% de rollos de 100 sin fallas. Si esta última fabrica el 60% de la producción total de los flejes de 60m, hallar la probabilidad de que un rollo elegido al azar esté fallado.

RESPUESTAS:

1. a) k=2 b) n>8
2. a)0,00324 b)0,7 c)0,932

Tema 1- Recuperatorio - Diciembre 2006

1. El tiempo de un viaje(ida y vuelta) de los camiones que transportan concreto hacia una obra en construcción se distribuye uniformemente entre 50 y 70 minutos.
   a) Calcular la probabilidad de que un viaje que lleva durando más de 55 minutos, no dure más de una hora.
   b) ¿Cuántos camiones habrá que enviar para que la probabilidad de que al menos uno de ellos tarde menos de 55 minutos sea mayor del 99%?
   c) Si se envían dos camiones, hallar la probabilidad de que ninguno de ellos tarde más de 55 minutos en llegar.

2. La máquina A produce hilos con fallas que se distribuyen según Poisson a razón de 1 cada 150 metros. La máquina B, a razón de 2 cada 200 metros. Se sabe que trabajan en relación 3 a 2. Se toma un rollo de 125 m de la producción general y resulta tener exactamente dos fallas, hallar la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina B.

3. El 10 % de los alumnos de una facultad tiene actividades deportivas e idioma inglés como tareas extracurriculares, el 15% sólo inglés (entre éstas). Además, el 70% de la población estudiantil no hace ninguna de esas actividades. Si un alumno elegido al azar no estudia inglés, calcular la probabilidad de que practique deportes.

RESPUESTA:

1) a) 1/3 b) n>16 c)0,625
2) 0,497
3) 1/15