Polinomios V: Desarrollo con **POLINOMIOS DE TAYLOR**

Teoría y problemas con Resoluciones en Youtube: canal: unamunoenlinea

Introduccion teórica Videos:

Lista de Reproducción "**POLINOMIO DE TAYLOR**":
https://www.youtube.com/playlist?list=PL2fBB5seGsOXUe0Kjh7ivDz2Uni5oW2xh

Video Teoría https://youtu.be/FdQDh8EkqU0

Ejerc. 1: Hallar el desarrollo en serie de potencias de (x-1) hasta el orden 3 de la función f(x) = x. e^x .

Video https://youtu.be/ypq_LFYk1KA

Ejerc. 2: Hallar el desarrollo en serie de potencias alrededor de X_0=0 de la función $f(x) = \sqrt{x+1}$.

Video https://youtu.be/8xPOoopar_Y

Ejerc. 3: Hallar el desarrollo en serie de Taylor de orden 4 alrededor de $x_0=\pi/4$ de sen(x).

Video https://youtu.be/drAxImvO74o

Ejerc. 4: Hallar el polinomio de Taylor de orden n alrededor de x_0=0 de f(x) =a^x con a>0 y a<> 1

Video https://youtu.be/6RSw4eBx4ec

Ejerc. 5: Hallar el polinomio de Taylor de orden n alrededor de X_0=0 de la función sen(x).

Video https://youtu.be/GDwxuJ1kqE4

Ejerc. 6: Hallar el polinomio de Taylor de orden n alrededor de X_0=0 de $f(x) = \frac{1}{1-x}$.

Video https://youtu.be/H2F2nD02Scc

Ejerc. 7: Calcular aproximadamente $e^{0,1}$ mediente una aproximación con Polinomio de Taylor de orden 4 y acotar el error cometido.

Video https://youtu.be/023QgJqbxkE

Ejerc. 8: Calcular aproximadamente $\sqrt[3]{8{,}1}$ mediente una aproximación con Polinomio de Taylor de orden 3 y acotar el error cometido.

Video https://youtu.be/HmKvXX5zIgc

Ejerc. 9: Calcular aproximadamente sen 2º mediente una aproximación con Polinomio de Taylor de orden 5 y acotar el error cometido.

Video https://youtu.be/aB6wMtvEsaI

Ejerc. 10: Calcular aproximadamente cos 92º mediente una aproximación con Polinomio de Taylor de orden 5 y acotar el error cometido.

Video https://youtu.be/Ifc-kdXwJcE

Ejerc. 11: Desarrollar mediante una serie de potencias de orden 2 y de orden 3 alrededor de $x_0=2$ la función polinomica $f(x)=x^3-5x+1$.

Video https://youtu.be/LsaLmKxqlQk

Ejerc. 12: Dada $f(x)=(1+x)^{\alpha}$ con $\alpha \in R$, hallar el polinomio de Taylor en un entorno de $x_0=0$. ¿Qué pasa si $\alpha \in N_0$?.

Video https://youtu.be/rpD3bRmTr9g

Ejerc. 13: Supongamos que $P_n(x)$ y $Q_n(x)$ son los polinomios de Taylor de orden n centrados en x_0 de f(x) y de g(x) respectivamente. Pruebe que a $P_n(x)$ + b $Q_n(x)$ es el polinomio de Taylor de orden n centrado en x_0 de a f(x) + b g(x), donde a y b son constantes.

Video https://youtu.be/QXfaRa3nzrE

Ejerc. 14: Suponga que $P_n(x)$ es el polinomio de Taylor de orden *n* centrado en el origen de f(x). Prueba que:

_ $P_n(cx)$ es el polinomio de Taylor de orden *n* centrado en el origen de g(x) = f(cx), donde *c* es una constante no nula.

_ $P_n(x-x_0)$ es el polinomio de Taylor de orden *n* centrado en $x_0 \in R$ de $g(x) = f(x-x_0)$.

Video https://youtu.be/U3meuzB-b-U

Ejerc. 14b: Probar que si ***$P_{n+1}(x)$*** es el polinomio de Taylor de orden ***n+1*** centrado en x_0 de f(x) , entonces ***$P'_{n+1}(x)$*** es el polinomio de Taylor de orden n centrado en x_0 de ***f´(x)*** .

Video https://youtu.be/vjT5xHoLpCY

Ejerc. 15: Sabiendo que $T_n(e^x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$ y la propiedad que dice que: si ***$P_n(x)$*** y ***$Q_n(x)$*** son los polinomios de Taylor de orden n centrados en x_0 =0 de f(x) y de g(x) respectivamente, entonces ***a $P_n(x)$ + b $Q_n(x)$*** es el polinomio de Taylor de orden n centrado en x_0 de ***a f(x) + b g(x)***, donde a y b son constantes.

Hallar los polinomios de Taylor de orden n de Sh(x) y Ch(x)

Video https://youtu.be/PynYrvR5YTs

Ejerc. 16: Sabiendo que $T_n(\ln(1+x)) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-1)^{i-1}.x^i}{i}$ y la propiedad que dice que: si ***$P_n(x)$*** y ***$Q_n(x)$*** son los polinomios de Taylor de orden n centrados en x_0 de f(x) y de g(x) respectivamente, entonces ***a $P_n(x)$ + b $Q_n(x)$*** es el polinomio de Taylor de orden n centrado en x_0 de ***a f(x) + b g(x)***, donde a y b son constantes.

Hallar los polinomios de Taylor de orden n de $ln\left(\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}\right)$ centrado en el origen

Video https://youtu.be/Im7V2n1do5c

Ejerc. 17: Sabiendo que $T_n\left(\frac{1}{1-\mathrm{x}}\right) = \sum_{i=0}^{n} x^i$ y la propiedad que dice que: si ***$P_n(x)$*** y ***$Q_n(x)$*** son los polinomios de Taylor de orden n centrados en x_0 de f(x) y de g(x) respectivamente, entonces ***a $P_n(x)$ + b $Q_n(x)$*** es el polinomio de Taylor de orden n centrado en x_0 de ***a f(x) + b g(x)***, donde a y b son constantes.

Hallar el polinomio de Taylor de orden n de $\left(\frac{1}{1-x^2}\right)$

Video https://youtu.be/dZ1OBm7eKZk

Ejerc. 18: Sabiendo que $T_n\left(\frac{1}{1-\mathrm{x}}\right) = \sum_{i=0}^{n} x^i$ y la propiedad que dice que: si ***$P_{n+1}(x)$*** es el polinomio de Taylor de orden ***n+1*** centrado en x_0 de f(x) , entonces ***$P'_{n+1}(x)$*** es el polinomio de Taylor de orden n centrado en x_0 de ***f´(x)*** .

Hallar el polinomio de Taylor de orden n de $\left(\frac{1}{(1-x)^2}\right)$

Video https://youtu.be/yPPt4RdMXlc

Ejerc. 19: Sabiendo que $T_n(cos\ x) = \sum_{i=0}^{2k+1} \frac{1}{(2i)!}(-1)^i x^{2i}\ con\ n = \ 2k$ y las propiedades que dicen que:

-si ***Pₙ(x)*** y ***Qₙ(x)*** son los polinomios de Taylor de orden n centrados en x_0 de f(x) y de g(x) respectivamente, entonces ***a*** $\boldsymbol{P_n(x)}$ ***+ b*** $\boldsymbol{Q_n(x)}$ es el polinomio de Taylor de orden n centrado en x_0 de ***a f(x) + b g(x)***, donde a y b son constantes, y

-si $P_n(x)$ es el polinomio de Taylor de orden *n* centrado en el origen de f(x) entonces $P_n(cx)$ es el polinomio de Taylor de orden *n* centrado en el origen de f(cx), donde *c* es una constante no nula.

Hallar el polinomio de Taylor de orden n de $((sen\ x)^2)$ centrado en el origen

Video https://youtu.be/AlWtGeWEp5U

Ejerc. 20: Sea $P_2(x)=3-(x-5)+9(x-5)^2$ el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0=5$ de f(x), Hallar:

$f^{(k)}(5)$ para K<=2.

El polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0=1$ de $g(x) = \frac{2}{4-f(5x)}$

Video https://youtu.be/7U6U4Be8blQ

El polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0=5$ de $h(x) = (1+x^2).f(x)$

El polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $x_0=5$ de $m(x) = e^{f(x)}$

Video https://youtu.be/M-rnEc9Gf6k

Ejerc. 21: Pruebe que:

$$x - \frac{x^3}{3!} \leq sen(x) \leq x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \quad \forall x \in [0, \pi]$$

Video https://youtu.be/8AbwablmhE0

Ejerc. 22: Prueba que si f(x) es un polinomio de grado n y $P_n(x)$ es el polinomio de Taylor de f(x) de orden n centrado en x_0, entonces $f(x) = P_n(x)$ para todo x perteneciente a los reales.

Video https://youtu.be/CKMZh9iwUPo

Ejerc. 23: Exprese los polinomios dados en potencias de $(x-x_0)$

x^2+3x+8 en potencias de $(x+3)$

$x^4-2x^3+9x^2-7x-1$ en potencias de $(x-3)$

x^5+x^3+1 en potencias de $(x+2)$

Video https://youtu.be/qtfEj0AbFvY